Guía de Estudios Matemáticas

Plan Preparatoria en 4 meses.

Preparatoria Clazani

“Calidad y Calidez educativa”

Planeación

Primer trimestre

Matemáticas I.

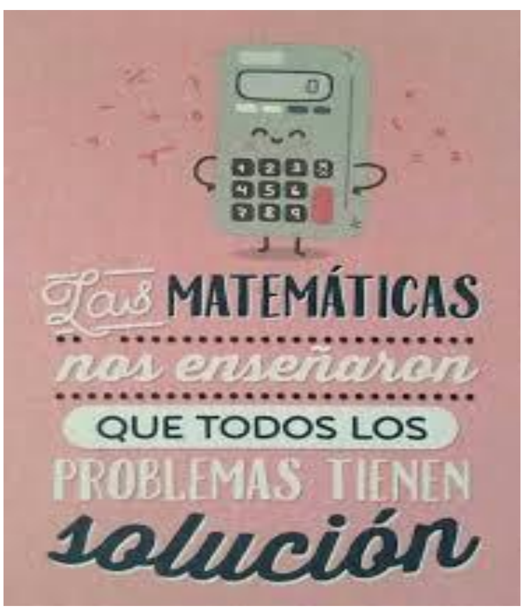
1. Operaciones con números reales, complejos y expresiones algebraicas
2. Productos nobles y factorización
3. Ecuaciones

Método de estudio:

- Descarga e imprime la guía, subraya los temas y conceptos principales, toma nota, práctica los ejemplos que se muestran para que compruebes los resultados y procedimientos.
- Ten a la mano calculadora científica, ya que una convencional puede variar el resultado y causarte incertidumbre. Utiliza lápiz, goma y sacapuntas para que puedas corregir los pasos o errores.
- Dedica a cada tema 30 minutos diarios.

- Ten paciencia si a la primera no te sale el resultado, recuerda que *la práctica hace al maestro.*

"NUNCA DEJES DE VER EL LADO AMABLE DE LAS COSAS" czn2020



- Para el examen final, deberás estudiar los temas y ejercicios que están señalados con una línea anaranjada.

Contenido

Antes de empezar echa un vistazo a la tabla de símbolos matemáticos, ello facilitará el entendimiento del contenido de esta guía.

Símbolos

Símbolo	Significado
$\mathbb{N}$	conjunto de los números naturales
$\mathbb{Z}$	conjunto de los números enteros
$\mathbb{Q}$	conjunto de los números racionales
$\mathbb{R}$	conjunto de los números reales
$\mathbb{C}$	conjunto de los números complejos
$\mathbb{R}^+$	conjunto de los reales positivos
$\{a,b,\ldots\}$	conjunto de elementos a,b,...
$\varnothing$	conjunto vacio
$\cap, \bigcap$	intersección de conjuntos
$\cup, \bigcup$	unión de conjuntos
$\subset$	incluido en el conjunto
$\not\subset$	*no* incluido en el conjunto
$\in$	pertenece a un conjunto
$\notin$	*no* pertenece a un conjunto
$A \setminus B,\ A-B$	conjunto diferencia
$\wp(A)$	conjunto de partes
$n(A)$	cardinal del conjunto
$A',\ \overline{A}$	conjunto complementario de A
$A \times B$	producto cartesiano
$\{x \mid x \in P\}$	todos los x que satisfacen P
$\{x : \ldots\}$	todos los x tales que … es cierto
(a,b)	intervalo abierto
$[a,b]$	intervalo cerrado
$[a,b),(a,b]$	intervalo semiabierto
$(a,\infty),[a,\infty)$	semirrecta derecha
$(-\infty,a),(-\infty,a]$	semirrecta izquierda
$(-\infty,\infty)$	recta real

Símbolo	Significado
$=$	igual
$<$	menor que...
$\leq$	menor o igual que...
$>$	mayor que...
$\geq$	mayor o igual que...
$\neq$	distinto
$\propto$	proporcional a
$\approx$	aproximadamente igual
$\equiv$	idénticamente igual
$\pm, \mp$	más menos / menos más
$\sum$	sumatorio
$\prod$	producto
$\forall$	para todo, cuantif. universal
$\exists$	existe, cuantif. existencial
$\Rightarrow$	implica (si…entonces…)
$\Leftrightarrow$	equivale (si y solo si)
$/$	tal que
$\therefore$	por lo tanto, por consiguiente
$\because$	porque, puesto que
$\neg$	negación
$\wedge$	conjunción ("y", "además")
$\vee$	disyunción ("o")
∞	infinito
$:$	razón
$::$	proporción
$a = \dot{b}$	a es múltiplo de b
$\div$	progresión aritmética
$\div\div$	progresión geométrica

Símbolo	Significado
$n!$	factorial
$\lvert x \rvert$	valor absoluto
$\sqrt{\ }$	raíz cuadrada
$\%$	tanto por ciento
‰	tanto por mil
π	número pi, $\pi = 3,1415\ldots$
e	número e, $e = 2,7182\ldots$
ϕ	número fi (áureo), $\phi = 1,6180\ldots$
$\parallel$	paralelo
$\perp$	perpendicular
$\measuredangle$	ángulo
$\binom{m}{n}$	número combinatorio
C_m^n	combinaciones
P_m	permutaciones
V_m^n	variaciones
$\Pr(A)$	probabilidad
$\Pr(A \mid B)$	probabilidad condicional
$\log$	logaritmo decimal (base 10)
$\log_a$	logaritmo de base a
$\ln$	logaritmo neperiano (base e)
$\sin\alpha$	seno de α
$\cos\alpha$	coseno de α
$\tan\alpha$	tangente de α
$\cot\alpha$	cotangente α
$\sec\alpha$	secante α
$\csc\alpha$	cosecante α
(a_n)	sucesión con término n-ésimo
Δ	incremento
σ	desviación típica
$\mathrm{Var}(X)$	varianza

Símbolo	Significado
$f', y', \frac{dy}{dx}$	derivada
$x \to c$	x tiende a c
$\lim\limits_{x \to c}$	límite cuando x tiende a c
$\int$	signo de integral
$A_{m \times n}$	matriz A de dimensión mxn
A_m	matriz cuadrada de orden m
a_{ij}	elementos a_{ij} de una matriz
$\mathrm{rang}\, A$	rango de una matriz
A^T	matriz transpuesta
A^{-1}	matriz inversa
$\lvert A \rvert$, $\det A$	determinante de una matriz
$f : X \to Y$	función, aplicación
$[x]$	parte entera
$\circ$	composición de funciones
f^{-1}	función inversa
$Dom\, f$	dominio de f
i	unidad imaginaria, $i^2 = -1$
$\mathrm{Re}\, z$	parte real de un número complejo
$\mathrm{Im}\, z$	parte imaginaria de un complejo
$\lvert z \rvert$	módulo de un número complejo
$\overline{z}$	conjugado de un complejo
$\mathrm{Arg}\, z$	argumento de un complejo
Ox, Oy, Oz	ejes de coordenadas
$\vec{v}$	vector
$\lvert \vec{v} \rvert$	módulo de un vector
$\lVert P \rVert$	norma
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	base ortonormal en un espacio
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	producto escalar de vectores
$\vec{a} \times \vec{b}, \vec{a} \wedge \vec{b}$	producto vectorial de vectores

Símbolos matemáticos. http://3con14.com/_data/formulas/mqrc_simbolos.pdf

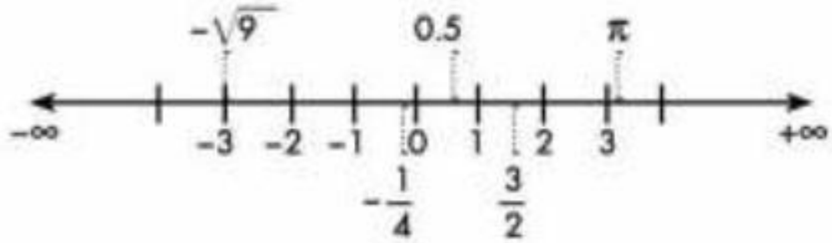
Matemáticas I. Primer trimestre.

1. Operaciones con números reales, complejos y expresiones algebraicas

Números reales (R)

Son todos aquellos que se representan en la recta numérica.

Ejemplos



▼ Clasificación de los números reales

- Reales
  - Racionales
    - Naturales
      - Primos
      - Compuestos
    - Enteros
      - Positivos
      - Cero
      - Negativos
  - Irracionales

➤ Naturales (N)

Son aquellos números que se utilizan para contar y el conjunto es:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Números primos

Son números que tienen únicamente dos divisores, la unidad y el propio número:

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \ldots\}$$

Números compuestos

Son números que tienen más de dos divisores:

$$\{4, 6, 8, 9, 10, 12, \ldots\}$$

➤ Enteros (Z)

El conjunto se conforma de números positivos, negativos y el cero:

$$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\}$$

➤ Racionales (Q)

Son de la forma $\frac{p}{q}$ con $p, q \in Z$ y $q \neq 0$ y se les conoce como fracciones comunes.

Ejemplos

$$\frac{4}{5}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{5}, -2, 3, 1.\bar{3}, \sqrt{4}, \sqrt[3]{8}$$

Las fracciones comunes se clasifican en fracción propia y fracción impropia.

- **Fracción propia.** Su valor es menor que la unidad:

$$\frac{2}{5}, \frac{12}{17}, \frac{4}{7}, \frac{1}{3}$$

- **Fracción impropia.** Su valor es mayor o igual a la unidad:

$$\frac{8}{3}, \frac{12}{7}, \frac{6}{5}, \frac{4}{4}$$

➤ Irracionales (Q')

Son todos aquellos números en los que su parte decimal se conforma de una serie infinita de dígitos, pero no existe periodo y por lo regular son resultado de raíces no exactas.

Ejemplos

$$\pi, \sqrt{2}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

➤ Números reales

Los postulados de orden para los números reales son:

Tricotomía

Si $a, b \in R$, entonces al comparar estos números, sólo puede ocurrir uno de los tres casos siguientes:

$$a > b, \quad a < b \quad \text{o} \quad a = b$$

Transitivo

Establece la comparación entre tres números de la siguiente manera:

$$\text{Sean } a, b \text{ y } c \in R, \text{ si } a > b \text{ y } b > c \text{ entonces } a > c$$

Aditivo

Dados dos números reales que cumplen con la propiedad de tricotomía, si se suma otro número real a los dos primeros se conserva la propiedad:

$$\text{Sean } a, b \text{ y } c \in R, \text{ si } a > b \text{ entonces } a + c > b + c$$

Multiplicativo

Dados dos números reales que cumplen con la propiedad de tricotomía, si se multiplica por otro número positivo a los dos primeros se conserva la propiedad:

$$\text{Sean } a,\ b \text{ y } c \in R,\ \text{ si } a > b \text{ entonces } a\,c > b\,c \text{ (con } c > 0) \text{ y } a\,c < b\,c \text{ (con } c < 0)$$

➤ Propiedades de los números reales

Sean a, b y $c \in R$, entonces se verifican las siguientes propiedades.

Propiedad	Adición	Multiplicación
Cerradura	$a + b \in R$	$a \cdot b \in R$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Distributiva	$a(b + c) = ab + ac$	
Neutro	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
Inverso	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \left(\frac{1}{a}\right) = 1$

▼ Suma y resta

➤ Con números enteros

Los números enteros con signos iguales se suman y se coloca el signo de los sumandos.

Ejemplos

1) $-3 - 4 = -7$ 2) $4 + 3 + 9 = 16$ 3) $-5 - 2 - 11 = -18$

Los números con signos diferentes se restan y se escribe el resultado con el signo del número mayor en valor absoluto.

Ejemplos

1) $-10 + 7 = -3$ 2) $-9 + 15 = 6$ 3) $-4 + 12 - 9 = -13 + 12 = -1$

4) $13 + 15 - 21 + 7 - 32 = 35 - 53 = -18$

Signos de agrupación

Son los que agrupan o delimitan operaciones entre números y son representados por los siguientes símbolos:

Paréntesis ( ) Llaves { }

Corchetes [ ] Vínculo $\overline{\quad}$

Operaciones con signos de agrupación

Para la eliminación de un signo de agrupación se multiplica por el número o signo que le antecede, en caso de que existan varios signos de agrupación se procede a eliminar de adentro hacia afuera.

➤ Con números racionales

Máximo común divisor (MCD)

Es el mayor de los divisores que es común a dos o más números.

Ejemplo

Obtener el MCD de 36, 30 y 18.

Solución:
Los números se descomponen en factores primos hasta que no tengan un divisor primo en común:

$$\begin{array}{rrr|l} 36 & 30 & 18 & 2 \\ 18 & 15 & 9 & 3 \\ 6 & 5 & 3 & \end{array}$$

El máximo común divisor se obtiene al multiplicar los números primos de la derecha:

$$\text{MCD } (36, 30, 18) = 2 \times 3 = 6$$

Mínimo común múltiplo (mcm)

Es el menor de los múltiplos que es común a dos o más números.

Ejemplo

Obtener el mcm de 36, 12 y 15.

Solución:
Los números se descomponen simultáneamente en sus factores primos hasta que el cociente de cada uno de ellos sea la unidad:

$$\begin{array}{rrr|l} 36 & 12 & 15 & 2 \\ 18 & 6 & 15 & 2 \\ 9 & 3 & 15 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

El mínimo común múltiplo se obtiene al multiplicar los números primos de la derecha:

$$\text{mcm } (36, 12, 15) = 180$$

Fracciones comunes con denominadores iguales

Los numeradores se suman o se restan y se escribe el denominador en común.

Ejemplos

1) $\frac{2}{7}+\frac{8}{7}+\frac{3}{7}=\frac{2+8+3}{7}=\frac{13}{7}=1\frac{6}{7}$ 2) $\frac{5}{3}+\frac{7}{3}-\frac{10}{3}=\frac{5+7-10}{3}=\frac{2}{3}$ 3) $\frac{11}{4}-\frac{7}{4}=\frac{11-7}{4}=\frac{4}{4}=1$

Fracciones comunes con denominadores diferentes

El común denominador o mínimo común múltiplo se obtiene de los denominadores, se divide por cada uno de los denominadores y el resultado se multiplica por su respectivo numerador, los números que se obtienen se suman o se restan, según sea el caso.

▼ Multiplicación y división

➤ Con números enteros

Leyes de los signos

Multiplicación	**División**
$(+)(+)=+\quad(-)(-)=+\quad(+)(-)=-\quad(-)(+)=-$	$\frac{+}{+}=+\quad\frac{-}{-}=+\quad\frac{+}{-}=-\quad\frac{-}{+}=-$

Ejemplos

1) $(-3)(4)=-12$ 2) $(-5)(-7)=35$ 3) $(-2)(-6)(-7)=-84$

4) $\frac{-76}{19}=-4$ 5) $\frac{(-3)(12)}{-4}=\frac{-36}{-4}=9$ 6) $\frac{(-7)(6)(-15)}{(14)(-9)}=\frac{630}{-126}=-5$

➤ Con números racionales

Multiplicación

En la multiplicación de fracciones comunes se realiza el producto de numerador por numerador y denominador por denominador y se aplican leyes de los signos de la misma forma.

Problemas de aplicación

1. Para construir una barda se necesitan 300 ladrillos. Si cada hora se colocó $\frac{1}{15}$ del total de ladrillos, ¿en cuántas horas se colocaron 225 ladrillos?

a) $10\frac{3}{4}$ h b) $11\frac{3}{4}$ h c) $11\frac{1}{4}$ h d) $10\frac{1}{4}$ h

Solución:

Se determina el número de ladrillos colocados cada hora:

$$\frac{1}{15}(300)=20 \text{ ladrillos}$$

Para determinar el número de horas para colocar 225 ladrillos esta cantidad se divide por los 20 ladrillos: entonces:

$$\frac{225}{20}=\frac{45}{4}=11\frac{1}{4}\text{ h}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Problemas de aplicación

Ejercicio de la pagina 11

(1) Datos:

- 300 ladrillos
- Por hora → $1/15$ del total de ladrillos

Problema:

Determina el tiempo ocupado para poner 225 ladrillos

Solución:

Paso 1: $\underbrace{\frac{1}{15}}_{\text{ladrillos colocados por hora}}\underbrace{(300)}_{\text{Total de ladrillos}} = 19.9 = 20$ ladrillos por hora

Se redondea

Paso 2:

Se puede obtener el resultado de la siguiente manera

división

20 ladrillos → 1 hra

multiplicación

225 ladrillos → x

$x = 11.25$ horas ó $11\frac{1}{4}$

$\frac{225}{20} = \frac{45}{4} = 11.25$ ó $11\frac{1}{4}$

Lo llevamos a su minima expresión

Esta es otra forma de llegar al resultado

Razones y proporciones

Razón

Es el cociente de dos cantidades, al numerador se le llama antecedente y al denominador consecuente.

Ejemplo

En la razón $\frac{2}{3}$ o 2 : 3, el número 2 se llama antecedente y el número 3 consecuente.

Proporción

Se le denomina proporción a la igualdad de dos razones:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \qquad \text{o} \qquad a:b::c:d$$

Se lee: *a* es a *b*, como *c* es a *d*.

Términos de una proporción

En la proporción $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, *a* y *d* reciben el nombre de extremos y *b* y *c* medios.

Ejemplos

1. El valor de x en la proporción $\frac{x}{3}=\frac{12}{4}$ es:

a) 9 b) 8 c) 11 d) 12

Solución:

En toda proporción el valor de un extremo equivale al producto de los medios dividido por el extremo restante.

$$\frac{x}{3}=\frac{12}{4} \quad \rightarrow \quad x=\frac{(3)(12)}{4}=\frac{36}{4}=9$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Proporción directa o regla de tres directa

Una proporción es directa si al aumentar o disminuir una de las cantidades, la otra también aumenta o disminuye en la misma proporción:

Definición

Si m es a n como c es a d, entonces $\frac{m}{n}=\frac{c}{d}$

Ejemplos

1. Se compran 25 dulces con \$12.00, ¿cuántos dulces se pueden comprar con \$36.00?

a) 12.5 b) 50 c) 75 d) 100

Solución:

La proporción es directa, ya que con más dinero se compra un mayor número de dulces.

Se establece la proporción: 25 dulces es a \$12.00 como x es a \$36.00, entonces,

$$\frac{25}{12}=\frac{x}{36} \quad \rightarrow \quad x=\frac{(25)(36)}{12}=\frac{900}{12}=75$$

Por tanto, se pueden comprar 75 dulces y la opción correcta es el inciso c.

Proporción inversa o regla de tres inversa

Una proporción es inversa si al aumentar una de las cantidades, la otra disminuye en la misma proporción y viceversa:

Definición

Si m es a n, como c es a d, entonces $m \cdot n = c \cdot d$.

Ejemplo

Un automóvil viaja a razón de $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ y tarda 3 horas en ir de una ciudad a otra. ¿A qué velocidad debe regresar para cubrir dicha distancia en 2 h?

a) $30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ b) $45\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ c) $120\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ d) $90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Solución:

La proporción es inversa, ya que a mayor velocidad menos tiempo tardará en recorrer cierta distancia.

Se establece la proporción: $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ es a 3 horas como x es a 2 h, entonces:

$$(60)(3) = 2x \quad \rightarrow \quad x = \frac{(60)(3)}{2} = \frac{180}{2} = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

▼ Raíces y potencias

➤ Potencia

Es la representación del producto de una base por sí misma, un cierto número de veces.

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a \quad \rightarrow \quad n \text{ veces}$$

Donde, a = base y n = exponente.

Ejemplos

1) $(3)^4 = (3)\,(3)\,(3)\,(3) = 81$

2) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7}\right)\left(\frac{2}{7}\right) = \frac{8}{343}$

3) $(-5)^3 = (-5)\,(-5)\,(-5) = -125$

4) $-2^5 = -\,(2)\,(2)\,(2)\,(2)\,(2) = -32$

Leyes de los exponentes

1) $a^0 = 1$

2) $a^1 = a$

3) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

4) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

5) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

6) $(a \cdot b \cdot c)^n = a^n \cdot b^n \cdot c^n$

7) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

8) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

9) $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$

10) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

11) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Ejemplos

1. El resultado de $\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^2}$ es:

a) 2^4 b) 2^5 c) 2^3 d) 2^6

Solución:

$$\frac{2^3 \cdot 2^5}{2^2} = \frac{2^{3+5}}{2^2} = \frac{2^8}{2^2} = 2^{8-2} = 2^6$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. Al simplificar la expresión $\left(\frac{3^4}{3^7}\right)^{\frac{1}{3}}$ se obtiene:

a) -3 b) $\frac{1}{3}$ c) 3 d) $-\frac{1}{3}$

Solución:

$$\left(\frac{3^4}{3^7}\right)^{\frac{1}{3}} = (3^{4-7})^{\frac{1}{3}} = (3^{-3})^{\frac{1}{3}} = 3^{(-3)\left(\frac{1}{3}\right)} = 3^{\frac{-3}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

5. Una expresión equivalente a $\sqrt[3]{4^{-2} \cdot 4^7}$ es:

a) $4^{\frac{3}{5}}$ b) $4^{\frac{10}{6}}$ c) $4^{-\frac{5}{3}}$ d) $4^{-\frac{3}{5}}$

Solución:

$$\sqrt[3]{4^{-2} \cdot 4^7} = \sqrt[3]{4^{-2+7}} = \sqrt[3]{4^5} = 4^{\frac{5}{3}}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b: $4^{\frac{10}{6}}$, que al simplificar el exponente se obtiene $4^{\frac{5}{3}}$.

Radicación

Operación que permite encontrar un número que, multiplicado por sí mismo, tantas veces como lo indica el índice, da como resultado el radicando.

Radical: $\sqrt[n]{a}$

Donde a: radicando n: índice.

Ejemplos

1) $\sqrt{81} = \pm 9$ 2) $\sqrt[3]{27} = 3$ 3) $\sqrt[4]{625} = \pm 5$ 4) $\sqrt[5]{-32} = -2$

Simplificación de radicales

Dado un radical de la forma $\sqrt[n]{a}$ expresarlo en su forma más sencilla.

Ejemplos

1. Al simplificar $\sqrt{8}$ se obtiene:

a) $2\sqrt{2}$ b) 2 c) $\sqrt{2}$ d) $4\sqrt{2}$

Solución:

Se descompone el radicando 8 en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad 8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

Por tanto, $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$, la opción correcta es el inciso a.

2. Una expresión equivalente a $\sqrt[3]{54}$ es:

a) $2\sqrt[3]{3}$ b) $3\sqrt[3]{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{2}$

Solución:

Se descompone 54 en sus factores primos:

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2 \times 3^3$$

Por consiguiente, $\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{2 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 3\sqrt[3]{2}$ y la opción correcta es el inciso b.

Suma y resta de radicales

Para sumar o restar radicales deben tener el mismo índice y el mismo radicando:

$$a\sqrt[n]{d} + b\sqrt[n]{d} - c\sqrt[n]{d} = (a + b - c)\sqrt[n]{d}$$

Ejemplos

1. El resultado de $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$ es:

a) $\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{3}$

Solución:

En la operación el índice y el radicando coinciden, entonces:

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = (2 + 5 - 3)\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Propiedades de los radicales

1) $\sqrt[n]{a^n} = a$

2) $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

3) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$

4) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m \cdot b^n}$

5) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$

6) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

7) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[nm]{\dfrac{a^m}{b^n}}$

Ejemplos

1. Al simplificar la expresión $\sqrt[3]{5^6}$ se obtiene:

a) 5^2 b) 5^{-2} c) 5^3 d) 5^{-3}

Solución:

Al aplicar $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$ se obtiene $\sqrt[3]{5^6} = 5^{\frac{6}{3}} = 5^2$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Multiplicación de radicales

Con índices iguales

Se aplica la siguiente propiedad:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

Ejemplos

1. Al realizar la multiplicación $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$ se obtiene:

a) $\sqrt{5}$ b) $\sqrt[4]{5}$ c) $\sqrt{6}$ d) $\sqrt[4]{6}$

Solución:

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{(3)(2)} = \sqrt{6}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Multiplicación de radicales con diferente índice

Ejemplo:

- $\sqrt[4]{x^2y^2} \cdot \sqrt[5]{x^3y}$

Primero, se determina el mínimo común múltiplo de los índices. Este será el índice de todos los radicales en la operación. En este caso el mínimo común múltiplo sería 20 ya que 4 · 5 = 20.

Después se divide el mínimo común múltiplo entre el índice de cada radical.

- $\sqrt[4]{x^2y^2} \cdot \sqrt[5]{x^3y} = \sqrt[20]{(x^2y^2)^5} \cdot \sqrt[20]{(x^3y)^4}$

El resultado del mínimo común múltiplo entre cada índice del radical, será la cantidad que eleve a las cantidades subradicales de esa raíz.

- $\sqrt[20]{(x^2y^2)^5} \cdot \sqrt[20]{(x^3y)^4} = \sqrt[20]{x^{10}y^{10}} \cdot \sqrt[20]{x^{12}y^4}$

Ahora, se hace una multiplicación de radicales de las de igual índice ya que ambas raíces poseen índice 20:

$\sqrt[20]{x^{10}y^{10}} \cdot \sqrt[20]{x^{12}y^4} = \sqrt[20]{x^{22}y^{14}}$

Si es posible, se realiza una extracción de factores, como en este caso:

$\sqrt[20]{x^{22}y^{14}} = x\sqrt[20]{x^2y^{14}}$

https://es.wikiversity.org/wiki/Multiplicaci%C3%B3n_de_radicales

División de radicales

Con índices iguales

Se aplica la siguiente propiedad: $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

Ejemplos

1. **El resultado de** $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ **es:**

a) $\sqrt{3}$ b) 5 c) 3 d) $\sqrt{5}$

Solución:

$$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{15}{3}} = \sqrt{5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

2. El resultado de la división $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{2}}$ es:

a) $2\sqrt[3]{3}$ b) $3\sqrt[3]{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{2}$

Solución:

$$\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{48}{2}} = \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3} = 2\sqrt[3]{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Con índices diferentes

Se aplica la siguiente propiedad: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[nm]{\frac{a^m}{b^n}}$

Ejemplos

1. Una expresión equivalente a $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}}$ es:

a) $\sqrt[6]{2}$ b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt[3]{2}$ d) 1

Solución:

Los índices de las raíces son diferentes, por tanto, se aplica $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[nm]{\frac{a^m}{b^n}}$, entonces

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{\frac{2^3}{2^2}} = \sqrt[6]{\frac{8}{4}} = \sqrt[6]{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Racionalización

Racionalizar es representar una fracción que contenga una raíz en el denominador, en otra fracción equivalente, cuyo denominador sea un número racional.

Racionalización de un denominador monomio

Dada una fracción de la forma $\frac{c}{\sqrt[n]{a^m}}$ su racionalización se efectúa al multiplicar por el término $\frac{\sqrt[n]{a^{n-m}}}{\sqrt[n]{a^{n-m}}}$

Ejemplos

1. Al racionalizar la expresión $\frac{1}{\sqrt{2}}$ se obtiene:

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ d) $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

Solución:

Para racionalizar la fracción $\frac{1}{\sqrt{2}}$ se multiplica por $\sqrt{2}$ tanto numerador como denominador.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

2. Al racionalizar la expresión $\frac{6}{\sqrt{3}}$, se obtiene:

a) $\sqrt{2}$ b) $3\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) $2\sqrt{3}$

Solución:

La fracción se multiplica por $\sqrt{3}$ tanto numerador como denominador.

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. Al racionalizar la expresión $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$, se obtiene:

a) $2\sqrt[3]{4}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $\sqrt{2}$ d) $\sqrt[3]{2}$

Solución:

La fracción se multiplica por $\sqrt[3]{2^2}$ tanto numerador como denominador.

$$\frac{4}{\sqrt[3]{2}} = \frac{4}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{4\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{4\sqrt[3]{4}}{2} = 2\sqrt[3]{4}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Racionalización de un denominador binomio

Para racionalizar una fracción con denominador binomio se multiplica por su conjugado.

Conjugado de un binomio

Dado el binomio $(a + b)$ su conjugado es el binomio $(a - b)$ y viceversa, el producto de dos binomios conjugados da como resultado una diferencia de cuadrados.

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplos

1. Al racionalizar la expresión $\frac{1}{3+\sqrt{2}}$, se obtiene:

a) $3-\sqrt{2}$ b) $\frac{3-\sqrt{2}}{7}$ c) $\frac{3-\sqrt{2}}{4}$ d) $\frac{3-\sqrt{2}}{5}$

Solución:
Se multiplica tanto denominador como numerador por $3-\sqrt{2}$, entonces:

$$\frac{1}{3+\sqrt{2}}=\frac{1}{3+\sqrt{2}}\cdot\frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}=\frac{3-\sqrt{2}}{(3)^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{3-\sqrt{2}}{9-2}=\frac{3-\sqrt{2}}{7}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

3. Una expresión equivalente a $\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}$ es:

a) $\sqrt{8}-\sqrt{5}$ b) $\frac{3}{\sqrt{13}}$ c) $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{3}$ d) $\frac{3}{\sqrt{8}-\sqrt{5}}$

Solución:

$$\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{8}+\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{8}-\sqrt{5}}{\sqrt{8}-\sqrt{5}}=\frac{3(\sqrt{8}-\sqrt{5})}{(\sqrt{8})^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{3(\sqrt{8}-\sqrt{5})}{8-5}=\frac{3(\sqrt{8}-\sqrt{5})}{3}=\sqrt{8}-\sqrt{5}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Números complejos

Números imaginarios

La unidad imaginaria se define como:

$$i=\sqrt{-1}$$

Ejemplos

1) $\sqrt{-81}=\sqrt{(81)(-1)}=\sqrt{81}\sqrt{-1}=9\sqrt{-1}=9i$

2) $\sqrt{-4}=\sqrt{(4)(-1)}=\sqrt{4}\sqrt{-1}=2i$

3) $\sqrt{-27}=\sqrt{(27)(-1)}=\sqrt{27}\sqrt{-1}=\sqrt{(9)(3)}\sqrt{-1}=3\sqrt{3}i$

4) $\sqrt{-\frac{64}{9}}=\sqrt{\left(\frac{64}{9}\right)(-1)}=\sqrt{\frac{64}{9}}\sqrt{-1}=\frac{8}{3}i$

Suma y resta de números imaginarios

Se aplica la siguiente propiedad:

$$ai+bi-ci=(a+b-c)i$$

Ejemplos

1. El resultado de simplificar $4i - 7i + 6i$ es:

a) $9i$ b) $3i$ c) $-3i$ d) $-9i$

Solución:

$$4i - 7i + 6i = (4 - 7 + 6)i = 3i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

2. Al simplificar $5i + \frac{1}{2}i - i$, se obtiene:

a) $\frac{5}{2}i$ b) $\frac{8}{2}i$ c) $\frac{10}{2}i$ d) $\frac{9}{2}i$

Solución:

$$5i + \frac{1}{2}i - i = (5 + \frac{1}{2} - 1)i = \left(\frac{5}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{1}\right)i = \frac{10 + 1 - 2}{2}i = \frac{9}{2}i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

3. La simplificación de la expresión $\sqrt{-20} - 4\sqrt{5}i - \sqrt{-45}$ es:

a) $\sqrt{-60}$ b) $5\sqrt{5}i$ c) $-5\sqrt{5}i$ d) $\sqrt{5}i$

Solución:

$$\begin{aligned}\sqrt{-20} - 4\sqrt{5}i - \sqrt{-45} = \sqrt{20}i - 4\sqrt{5}i - \sqrt{45}i = \sqrt{4(5)}i - 4\sqrt{5}i - \sqrt{9(5)}i &= 2\sqrt{5}i - 4\sqrt{5}i - 3\sqrt{5}i \\ &= (2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5})i \\ &= -5\sqrt{5}i\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

➤ Potencias de i

Son los resultados de elevar i a una potencia n.

$$i^1 = i, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = -i, \quad i^4 = 1, \ldots$$

A partir de i^5, los resultados anteriores se repiten en el mismo orden.

▼ Números complejos

Un número complejo es de la forma $a + bi$, con $a, b \in R$.

Donde:

a: parte real $\quad$ b: parte imaginaria $\quad$ $i = \sqrt{-1}$

Los números complejos se representan de dos formas:

1) $z = a + bi$ forma rectangular $\quad$ 2) $z = (a, b)$ forma cartesiana

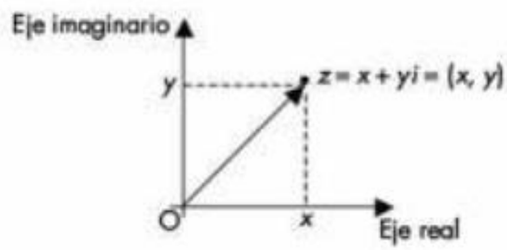
Ejemplos

Forma rectangular	Forma cartesiana
$z_1 = 6 - 8i$	$z_1 = (6, -8)$
$z_2 = 4 + 5i$	$z_2 = (4, 5)$
$z_3 = -3$	$z_3 = (-3, 0)$
$z_4 = 7i$	$z_4 = (0, 7)$
$z_5 = \frac{3}{5} - \frac{2}{5}i$	$z_5 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}\right)$

➤ Gráfica de un número complejo

Un número complejo se grafica en un sistema de ejes coordenados, donde al eje horizontal se le denomina eje real y al eje vertical eje imaginario.

Sea el número complejo $z = x + yi$, la gráfica de éste se representa en la figura:

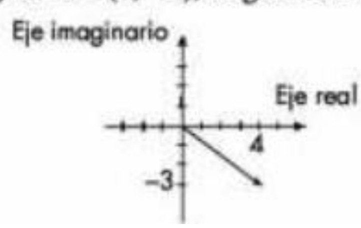


Ejemplos

1. Trazar la gráfica de $z = 4 - 3i$.

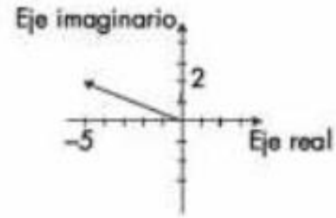
Solución:

Se transforma a su forma rectangular $z = (4, -3)$, se grafica el punto en el sistema:



2. Trazar la gráfica de $w = -5 + 2i$.

Solución:
Se transforma a su forma rectangular $w = (-5, 2)$, se grafica el punto en el sistema:



➤ Magnitud de un número complejo

Sea $z = a + bi$ un número complejo, la magnitud de un número complejo es la distancia del segmento de recta formado por el origen del sistema y el punto que resulta de transformar a forma rectangular y se define por:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \text{ con } a\text{: parte real, } b\text{: parte imaginaria}$$

A la magnitud de un número complejo también se le llama módulo o valor absoluto.

Ejemplo

La magnitud de $z = 5 - 12i$ es:

a) $\sqrt{13}$ b) 13 c) $\sqrt{119}$ d) $\sqrt{17}$

Solución:
Se determinan la parte real y la parte imaginaria:

$$a = 5,\ b = -12$$

Se obtiene la magnitud de z:

$$|z| = \sqrt{(5)^2 + (-12)^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

➤ Operaciones de números complejos

Suma y resta

Dados los números complejos $z = a + bi$ y $w = x + yi$, se define:

a) $z + w = (a + bi) + (x + yi) = (a + x) + (b + y)i$ o $z + w = (a + x, b + y)$

b) $z - w = (a + bi) - (x + yi) = (a - x) + (b - y)i$ o $z - w = (a - x, b - y)$

Ejemplo

3. Si $z = -1 + 4i$ y $w = 7 - 6i$, el resultado de $(z - w)$ es:

a) $8 + 10i$ b) $-8 + 10i$ c) $8 - 10i$ d) $-8 - 10i$

Solución:

$$z - w = (-1 + 4i) - (7 - 6i) = [-1 - 7] + [4 - (-6)]i = (-1 - 7) + (4 + 6)i = -8 + 10i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Conjugado de un número complejo

Dado el número complejo $z = a + bi$, el conjugado de z se denota por $\bar{z}$, con $\bar{z} = a - bi$.

Ejemplos

Número complejo	Conjugado
$z = 4 + 3i$	$\bar{z} = 4 - 3i$
$z_1 = -2 - 5i$	$\bar{z}_1 = -2 + 5i$
$z_2 = 6$	$\bar{z}_2 = 6$
$z_3 = 7i$	$\bar{z}_3 = -7i$

Multiplicación de números complejos

Dados los números complejos $z = a + bi$ y $w = x + yi$, se define:

$$z \cdot w = (a + bi)(x + yi) = (ax - by) + (ay + bx)i$$

Ejemplos

1. El producto de $z = 2 + 3i$ con $w = -1 + 4i$ es:

a) $-14 + 5i$ b) $14 - 5i$ c) $14 + 5i$ d) $-14 - 5i$

Solución:

Se aplica la definición:

$$z \cdot w = (2 + 3i)(-1 + 4i) = [(2)(-1) - (3)(4)] + [(2)(4) + (3)(-1)]\, i = -14 + 5i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

División de números complejos

Dados los números complejos $z = a + bi$ y $w = x + yi$, se define:

$$\frac{z}{w} = \frac{a + bi}{x + yi} = \frac{ax + by}{x^2 + y^2} + \frac{bx - ay}{x^2 + y^2}\, i$$

Ejemplo

Si $z = 2 - 4i$ y $w = -4 + 3i$, el resultado de $\frac{z}{w}$ es:

a) $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$ b) $-\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$ c) $-\frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$ d) $\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$

Solución:
Al aplicar la definición:

$$\frac{z}{w} = \frac{2-4i}{-4+3i} = \frac{(2)(-4)+(-4)(3)}{(-4)^2+(3)^2} + \frac{(-4)(-4)-(2)(3)}{(-4)^2+(3)^2}i = \frac{-20}{25} + \frac{10}{25}i = -\frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Expresiones algebraicas

Término algebraico

Expresión utilizada para generalizar una cantidad, se le conoce como monomio y sus elementos son: coeficiente(s), base(s) y exponente(s).

Ejemplos

Término	Coeficiente	Base(s)	Exponente(s)
$-4x^2y^3$	-4	x, y	2, 3
mn	1	m, n	1, 1
$-\frac{2}{3}(x+y)^2$	$-\frac{2}{3}$	$(x+y)$	2

Lenguaje algebraico

Expresa oraciones de lenguaje común en términos algebraicos.

Ejemplos

Lenguaje común	Lenguaje algebraico
El doble de un número cualquiera.	$2x$
La diferencia de dos números cualquiera.	$x - y$
El cubo de la suma de dos números cualquiera.	$(x+y)^3$
La suma del cubo de dos números cualquiera.	$x^3 + y^3$
Las dos terceras partes del cuadrado de la diferencia de un número y el triple de otro.	$\frac{2}{3}(x-3y)^2$

La raíz cúbica del producto de la semidiferencia de dos

números por la semisuma de los mismos. $\sqrt[3]{\left(\frac{x-y}{2}\right)\left(\frac{x+y}{2}\right)}$

Resuelve los reactivos 59 a 64 correspondientes al ejercicio 3 de esta unidad.

Términos semejantes

Son términos algebraicos que tienen las mismas bases afectadas por los mismos exponentes.

Ejemplos

Son términos semejantes

1) $3x^2$ con $-2x^2$ 2) $\frac{1}{2}x^3y$ con $5x^3y$ 3) $6(x+y)^2$ con $\frac{2}{3}(x+y)^2$ 4) $\frac{5x}{4y}$ con $\frac{2x}{y}$

No son términos semejantes

1) $3x^2y$ con $4xy^2$ 2) $4x^3$ con $5x$

Reducción de términos semejantes

Se suman o se restan los coeficientes de los términos semejantes y no se alteran los exponentes de las bases.

Ejemplos

1) $4x - 9x = (4-9)\,x = -5x$

2) $-3mn + 7mn - 2mn = (-3+7-2)\,mn = 2mn$

3) $\frac{1}{2}a^2b^3 - \frac{2}{3}a^2b^3 + \frac{5}{6}a^2b^3 = \left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{5}{6}\right)a^2b^3 = \frac{3-4+5}{6}a^2b^3 = \frac{4}{6}a^2b^3 = \frac{2}{3}a^2b^3$

Valor numérico

Dada una expresión algebraica su valor numérico es aquel que se obtiene al sustituir las literales o bases por un valor determinado y simplificar las operaciones indicadas.

3. El valor numérico de $3a^2b - 2ab + 4ab^2$, si $a = -4$ y $b = -1$ es:

a) 72 b) 56 c) −72 d) −56

Solución:

Al sustituir los valores en la expresión:

$$\begin{aligned} 3a^2b - 2ab + 4ab^2 &= 3(-4)^2(-1) - 2(-4)(-1) + 4(-4)(-1)^2 \\ &= 3(16)(-1) - 2(-4)(-1) + 4(-4)(1) \\ &= -48 - 8 - 16 \\ &= -72 \end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

▼ Operaciones con polinomios

Un polinomio es la suma o diferencia de varios monomios o términos algebraicos.

➤ Suma

Los términos semejantes entre los polinomios se reducen.

Ejemplos

1. El resultado de sumar $3x + 2y - 9$ con $-7x - 9y + 5$ es:

a) $-4x - 7y - 4$ b) $4x - 7y - 4$ c) $4x + 7y + 4$ d) $4x - 7y + 4$

Solución:

$$3x + 2y - 9 - 7x - 9y + 5 = 3x - 7x + 2y - 9y - 9 + 5 = -4x - 7y - 4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. Al realizar la siguiente operación $(5x^2 - 4xy + 7y^2) + (-9x^2 - 6y^2 + 8xy)$, se obtiene:

a) $-4x^2 - 4xy + y^2$ b) $-4x^2 + 4xy - y^2$ c) $4x^2 - 4xy - y^2$ d) $-4x^2 + 4xy + y^2$

Solución:

$$(5x^2 - 4xy + 7y^2) + (-9x^2 - 6y^2 + 8xy) = 5x^2 - 4xy + 7y^2 - 9x^2 - 6y^2 + 8xy = -4x^2 + 4xy + y^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

➤ Resta

Se identifica el minuendo y el sustraendo para establecer la operación.

Minuendo – Sustraendo

Ejemplo

3. Al realizar la operación $(m^2 + 7mn - 5n^2) - (-2m^2 + 5mn - 3n^2)$, se obtiene:

a) $3m^2 - 2mn - 2n^2$ b) $3m^2 + 2mn + 2n^2$ c) $-3m^2 + 2mn - 2n^2$ d) $3m^2 + 2mn - 2n^2$

Solución:

$$(m^2 + 7mn - 5n^2) - (-2m^2 + 5mn - 3n^2) = m^2 + 7mn - 5n^2 + 2m^2 - 5mn + 3n^2 = 3m^2 + 2mn - 2n^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Signos de agrupación

Los signos de agrupación son:

( ): paréntesis [ ]: corchetes { }: llaves —— : vínculo

Para suprimir un signo de agrupación se multiplica por el signo o número que le anteceda.

Ejemplos

1. Al simplificar la expresión $2x + \{3x - 4y + [-5x + y - 3(y - x) + 2y]\}$, se obtiene:

a) $3x + 4y$ b) $3x - 4y$ c) $x + 2y$ d) $x - 2y$

Solución:

$$\begin{aligned}2x + \{3x - 4y + [-5x + y - 3(y - x) + 2y]\} &= 2x + \{3x - 4y + [-5x + y - 3y + 3x + 2y]\}\\ &= 2x + \{3x - 4y - 5x + y - 3y + 3x + 2y\}\\ &= 2x + 3x - 4y - 5x + y - 3y + 3x + 2y\\ &= 3x - 4y\end{aligned}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Multiplicación

Regla de los signos

$(+)(+) = +$ $(-)(-) = +$ $(+)(-) = -$ $(-)(+) = -$

Ley de los exponentes

Cuando se multiplican bases iguales, la base permanece y los exponentes se suman.

$$a^x \cdot a^n = a^{x+n}$$

Monomio por monomio

Ejemplos

1. El resultado de $(-4x^2y^3)(-2x^4y^5)$ es:

a) $8x^6y^8$ b) $-8x^6y^8$ c) $6x^6y^8$ d) $-6x^6y^8$

Solución:

$$(-4x^2y^3)(-2x^4y^5) = 8x^{2+4}\,y^{3+5} = 8x^6y^8$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Monomio por polinomio

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.

Ejemplos

1. El resultado de $(2x^2 + 3x - 5)(3x^2)$ es:

a) $6x^4 + 9x^3 - 15x^2$ b) $6x^4 - 9x^3 - 15x^2$ c) $6x^4 + 9x^3 + 15x^2$ d) $-6x^4 + 9x^3 - 15x^2$

Solución:

$$(2x^2 + 3x - 5)(3x^2) = (2x^2)(3x^2) + (3x)(3x^2) - (5)(3x^2) = 6x^4 + 9x^3 - 15x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

2. El resultado de $(3a^2b^3c + 7ab^2c^2 - 2a^4b^2)(-4a^3b^5c^2)$ es:

a) $12a^5b^8c^3 - 28a^4b^7c^4 + 8a^7b^7c^2$ b) $-12a^5b^8c^3 - 28a^4b^7c^4 + 8a^7b^7c^2$

c) $-12a^5b^8c^3 + 28a^4b^7c^4 + 8a^7b^7c^2$ d) $-12a^5b^8c^3 - 28a^4b^7c^4 - 8a^7b^7c^2$

Solución:

$$(3a^2b^3c + 7ab^2c^2 - 2a^4b^2)(-4a^3b^5c^2) = -12a^{2+3}b^{3+5}c^{1+2} - 28a^{1+3}b^{2+5}c^{2+2} + 8a^{4+3}b^{2+5}c^2$$
$$= -12a^5b^8c^3 - 28a^4b^7c^4 + 8a^7b^7c^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso b.

Polinomio por polinomio

Se multiplica cada uno de los elementos del primer polinomio por cada uno de los elementos del segundo polinomio y los resultados se simplifican.

Ejemplos

1) $(3x^2 - 4x + 5)(3x - 7) = 3x^2(3x - 7) - 4x(3x - 7) + 5(3x - 7) = 9x^3 - 21x^2 - 12x^2 + 28x + 15x - 35$
$= 9x^3 - 33x^2 + 43x - 35$

2) $(m^2 - mn + n^2)(m + n) = m^2(m + n) - mn(m + n) + n^2(m + n) = m^3 + m^2n - m^2n - mn^2 + mn^2 + n^3$
$= m^3 + n^3$

➤ División

Regla de los signos

$\frac{+}{+} = +$ $\frac{+}{-} = -$ $\frac{-}{+} = -$ $\frac{-}{-} = +$

Ley de los exponentes

Si se dividen bases iguales, la base permanece y al exponente del numerador se le resta el exponente del denominador.

$$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m};\quad a^0=1 \text{ para todo } a\neq 0$$

Monomio entre monomio

Ejemplos

1. El resultado de $\dfrac{-18x^3y^5z^2}{9x^2y^3z^2}$ es:

a) $2xy^2z$ b) $-2xy^2z$ c) $-2xy^2$ d) $-2x^2y$

Solución:

$$\frac{-18x^3y^5z^2}{9x^2y^3z^2}=-2x^{3-2}y^{5-3}z^{2-2}=-2xy^2z^0=-2xy^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Polinomio entre monomio

Cada uno de los elementos del polinomio se divide por el monomio.

Ejemplos

1. El resultado de $\dfrac{15x^4y^5-10x^3y^6}{-5x^2y^2}$ es:

a) $-3x^2y^3+2xy^4$ b) $3x^2y^3+2xy^4$ c) $-3x^2y^3-2xy^4$ d) $-3x^3y^2+2x^4y$

Solución:

$$\frac{15x^4y^5-10x^3y^6}{-5x^2y^2}=\frac{15x^4y^5}{-5x^2y^2}-\frac{10x^3y^6}{-5x^2y^2}=-3x^{4-2}y^{5-2}+2x^{3-2}y^{6-2}=-3x^2y^3+2xy^4$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

Polinomio entre polinomio

Los términos se ordenan en forma decreciente; se divide el primer término del dividendo por el primer término del divisor; el cociente que se obtiene se multiplica por el divisor, el resultado se resta del dividendo y así sucesivamente, hasta obtener un residuo cero u otro cuyo grado sea menor al grado del divisor.

$$\begin{array}{r|l} & \text{Cociente} \\ \hline \text{Divisor} & \text{Dividendo} \\ & \text{Residuo} \end{array}$$

Ejemplos

1. El cociente de $\dfrac{x^2+11x+28}{x+4}$ es:

a) $x-7$ b) $x+7$ c) $-x+7$ d) $-x-7$

Solución:

Se ordenan el dividendo y el divisor y se realiza la división:

$$\begin{array}{r|l} & x+7 \quad \longleftarrow \text{Cociente} \\ \hline x+4 & x^2+11x+28 \\ & \underline{-x^2-4x} \\ & \qquad 7x+28 \\ & \qquad \underline{-7x-28} \\ & \qquad\qquad 0 \end{array}$$

El cociente es $(x+7)$, por tanto, la opción correcta es el inciso b.

➤ Raíces y potencias

Potencias

La simplificación de estas operaciones se basa en las leyes de los exponentes.

Leyes de los exponentes

1) $a^0=1$

2) $a^1=a$

3) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

4) $\dfrac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$

5) $(a^n)^m = a^{n\cdot m}$

6) $(a\cdot b\cdot c)^n = a^n\cdot b^n\cdot c^n$

7) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$

8) $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

9) $a^n=\dfrac{1}{a^{-n}}$

10) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

11) $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$

4. Al simplificar la expresión $\left(\dfrac{-27a^4b^5c^2}{9a^4b^3c}\right)^2$, se obtiene:

a) $9b^4c^2$ b) $-9b^4c^2$ c) $9b^2c^4$ d) $-9b^2c^4$

Solución:

$$\left(\frac{-27a^4b^5c^2}{9a^4b^3c}\right)^2 = \left(-3b^2c\right)^2 = 9b^4c^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso a.

5. Una expresión equivalente a $\dfrac{(2a+b)^5(2a+b)^{-1}}{(2a+b)^3}$

a) $(2a + b)^2$ b) $(2a + b)^3$ c) $(2a + b)^4$ d) $2a + b$

Solución:

La base es el binomio $(2a + b)$, entonces

$$\frac{(2a+b)^5(2a+b)^{-1}}{(2a+b)^3} = \frac{(2a+b)^{5-1}}{(2a+b)^3} = \frac{(2a+b)^4}{(2a+b)^3} = (2a+b)^{4-3} = (2a+b)^1 = 2a+b$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Simplificación de radicales

Dado un radical de la forma $\sqrt[n]{a}$ expresarlo en su forma más sencilla.

Ejemplos

1. Al simplificar el radical $\sqrt{4x^2y^4}$, se obtiene:

a) $2x^2y$ b) $4xy^2$ c) $2xy^2$ d) $-4xy^2$

Solución:

El radicando 4 se representa como una potencia y se aplica la propiedad: $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$

$$\sqrt{4x^2y^4} = \sqrt{2^2x^2y^4} = 2^{\frac{2}{2}}x^{\frac{2}{2}}y^{\frac{4}{2}} = 2xy^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Operaciones con radicales

Suma y resta de radicales

$$a\sqrt[n]{d}+b\sqrt[n]{d}-c\sqrt[n]{d}=(a+b-c)\sqrt[n]{d}$$

Ejemplos

1. Al simplificar la expresión $\sqrt{3x}+4\sqrt{3x}-3\sqrt{3x}$ se obtiene:

a) $4\sqrt{3x}$ b) $3\sqrt{3x}$ c) $2\sqrt{3x}$ d) $\sqrt{3x}$

Solución:

$$\sqrt{3x}+4\sqrt{3x}-3\sqrt{3x}=(1+4-3)\sqrt{3x}=2\sqrt{3x}$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso c.

Multiplicación

Para realizar el producto de radicales se utilizan las siguientes propiedades:

Con índices iguales

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$$

Con índices diferentes

$$\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[m]{b}=\sqrt[nm]{a^m\cdot b^n}$$

Ejemplos

1. El resultado de $\sqrt{x^3}\cdot\sqrt{x}$ es:

a) x b) x^3 c) x^4 d) x^2

Solución:

Los índices de los radicales son iguales, entonces,

$$\sqrt{x^3}\cdot\sqrt{x}=\sqrt{x^3\cdot x}=\sqrt{x^4}=x^{\frac{4}{2}}=x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

División

Para realizar la división de radicales se aplican las siguientes propiedades:

Con índice igual

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

Con índice diferente

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[m]{b}}=\sqrt[nm]{\frac{a^m}{b^n}}$$

Ejemplos

1. Al realizar $\frac{\sqrt[3]{16x^7}}{\sqrt[3]{2x}}$, se obtiene:

a) x^2 b) $3x^2$ c) $4x^2$ d) $2x^2$

Solución:

$$\frac{\sqrt[3]{16x^7}}{\sqrt[3]{2x}} = \sqrt[3]{\frac{16x^7}{2x}} = \sqrt[3]{8x^6} = \sqrt[3]{2^3x^6} = 2^{\frac{3}{3}}x^{\frac{6}{3}} = 2x^2$$

Por tanto, la opción correcta es el inciso d.

Ley de los signos

(+) x (+) = +
(-) x (-) = +
(+) x (-) = -
(-) x (+) = -

Multiplicacón

(+) ÷ (+) = +
(-) ÷ (-) = +
(-) ÷ (+) = -
(+) ÷ (-) = -

División

(+) + (+) = +
(-) + (-) = -
(-) + (+) = SVM
(+) + (-) = SVM

Suma

(+) + (+) = +
(-) + (-) = -
(-) + (+) = SVM
(+) + (-) = SVM

Resta

En la suma y resta, el signo de valor mayor
es el que define el signo.